1.

Construis un triangle ABC rectangle en A, tel que $\widehat{ABC} = 40°$ et BC $=$ 8 cm. E désigne le milieu de [BC]. La parallèle à la droite (AE) passant par C coupe la droite (AB) en F.

a. Montre que AE $=$ 4 cm.

b. Calcule la longueur AB. Donne la valeur arrondie au millimètre.

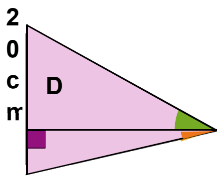
c. Calcule la longueur AC. Donne la valeur arrondie au millimètre.

d. Montre que (AC) est la médiatrice de [BF].

2.

Observe le dessin ci-dessous.

On a $\widehat{ADB} = 52°$; BD $=$ 20 dm et $\widehat{BDC} = 8°$.



Calcule le périmètre du triangle ACD arrondi au décimètre.

3. Trapèze et aire

On considère MNRP un trapèze rectangle tel que le côté [MN] est perpendiculaire aux bases [MP] et [RN].

On a MN $=$ 4 cm ; $\widehat{MNP} = 60°$ et RP $=$ RN.

La perpendiculaire à la droite (NP) passant par R coupe [NP] en H.

a. Construis une figure à main levée.

b. Calcule les longueurs MP, NP, RH et RN ; arrondis si besoin les longueurs au millimètre.

c. Détermine la valeur arrondie au centimètre carré de l'aire du trapèze MNRP.

4. Triangle isocèle

Soit OAB un triangle isocèle en O tel que OA $=$ 10 cm et $\widehat{AOB} = 36°$.

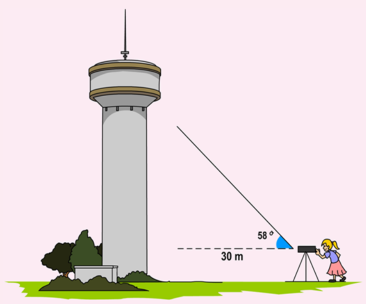
a. Construis ce triangle. Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$, elle coupe le segment [AB] en H.

b. Montre que le triangle OHB est rectangle en H et que H est le milieu du segment [AB].

c. Calcule la longueur AB arrondie au millimètre.

5. Château d'eau

Juliette mesure l'angle entre l'horizontale et le haut du réservoir d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol. Elle trouve 58°.



a. Calcule la hauteur du château d'eau arrondie au mètre.

b. La contenance de celui-ci est de 500 m^3 d'eau. Calcule le diamètre de la base en considérant que le réservoir du château d'eau est cylindrique. Arrondis au décimètre.

6. Sans calculatrice

Pour chaque question, justifie la construction.

a. Construis un angle $\hat{A}$ tel que $\tan\hat{A}=\frac{8}{9}$.

b. *Construis un angle* $\hat{B}$ *tel que* $\sin\hat{B} = 0,6$.

7. Cerf-volant

Elsa joue au cerf-volant sur la plage.
La ficelle est déroulée au maximum et tendue.
L'angle de la ficelle avec l'horizontale est de 48°. Elsa tient son dévidoir à 60 cm du sol.
Le cerf-volant vole à 12 m du sol.

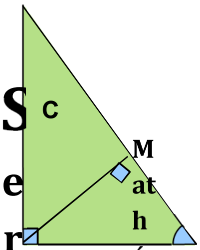
a. Dessine un schéma de la situation.

b. Calcule la longueur de la ficelle déroulée. Donne la valeur arrondie au décimètre.

8. Course

Sami et Lobna nagent pour atteindre la bouée P. Ils sont respectivement en position R et L.

On a BL = 50 m et $\widehat{BPL} = 72°$.



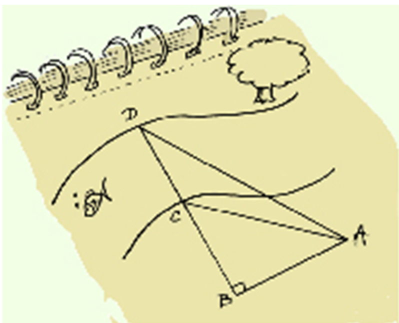
Serie n°

Mathématique

Calcule la distance entre les deux nageurs, arrondie au mètre.

9.

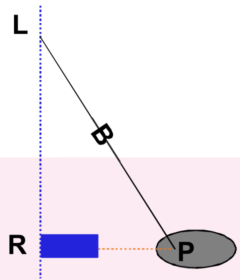
On donne :
AB = 100 m ;
$\widehat{BAD} = 60°$;
$\widehat{BAC} = 22°$;
$\widehat{ABD} = 90°$.



a. Calculer la longueur BC au dixième près.

b. Calculer la longueur BD au dixième près.

c. En déduire la largeur de la rivière à un mètre près.



10. Histoire de pendule

Un pendule est constitué d'une bille suspendue à un fil inextensible, fixé en un point O.

La longueur du fil est de 90 cm. Le fil du pendule est initialement vertical.

a. Premier cas : on l'écarte de 520 mm de sa position initiale.

b. Détermine la mesure arrondie au degré de l'angle obtenu entre le fil et la verticale.

c. Deuxième cas : une fois écarté, le fil fait un angle de 48° avec la verticale. Détermine la distance entre le pendule et la verticale, arrondie au centimètre.

11. Tangentes au cercle

($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Soient A et B deux points de ce cercle tels que $\widehat{AOB}= 64°$. La droite (d) est la tangente en A et la droite (d') est la tangente en B au cercle **($\mathscr{C}$). Elles se coupent au point S.**

a. Fais un dessin.

b. Calcule les longueurs SA et SO arrondies au millimètre.

c. Trace le cercle de diamètre [SO]. Montre que ce cercle passe par A et B.

12. Relations entre sinus, cosinus et tangente

Soit MOT un triangle rectangle en M.

a. Que peux-tu dire des angles $\widehat{MTO}$ et $\widehat{TOM}$?

b. Écris les rapports entre les longueurs des côtés donnant le sinus, le cosinus et la tangente des angles $\widehat{MTO}$ et $\widehat{TOM}$.

c. Utilise la question **b.** pour écrire trois égalités.

d. Déduis de ces égalités deux propriétés sur les angles complémentaires d'un triangle rectangle.

13. Possible ou impossible ?

Existe-t-il un angle aigu $\hat{A}$ tel que :

a. $\cos\hat{A}=\frac{3}{4}$ et $\sin\hat{A}=\frac{\sqrt{7}}{4}$?

b. $\cos\hat{A}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ et $\sin\hat{A}=\frac{2}{5}$?

14. Avec une formule trigonométrique

Calcule la valeur exacte de $\sin\hat{B}$ et de $\tan\hat{B}$ sachant que $\hat{B}$ est un angle aigu tel que $\cos\hat{B}=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

15. Avec une formule trigonométrique (bis)

Calcule la valeur exacte de $\cos\hat{C}$ et de $\tan\hat{C}$ sachant que $\hat{C}$ est un angle aigu tel que $\sin\hat{C}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

16. Avec les formules trigonométriques

Soit $\hat{B}$ un angle aigu tel que $\tan\hat{B}=\frac{1}{2}$.

a. Exprime $\sin\hat{B}$ en fonction de $\cos\hat{B}$.

b. Déduis-en la valeur exacte de $\cos\hat{B}$ et $\sin\hat{B}$.

17. *On considère* $\hat{A}$ un angle aigu.

En utilisant les formules trigonométriques, démontre les égalités suivantes.

a. $1 + \tan^2\hat{A}=\frac{1}{\cos^2\hat{A}}$

b. $1 +\frac{1}{\tan^2\hat{A}}=\frac{1}{\sin^2\hat{A}}$

c. $\cos^2\hat{A}- \sin^2\hat{A}= 1 - 2\sin^2\hat{A}$

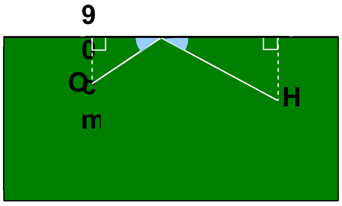
d. $(\cos\hat{A}+ \sin\hat{A})^2 = 1 + 2\sin\hat{A}\cos\hat{A}$

18.

L'unité de longueur est le centimètre.

Le rectangle ci-dessous représente une table de billard. Deux boules de billard N et B sont placées telles que CD $= 90$; NC $= 25$ et BD $= 35$. (Les angles $\widehat{ECN}$ et $\widehat{EDB}$ sont droits.)

Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et D, et tel que $\widehat{CEN} = \widehat{DEB}$.



On pose ED $= x$.

a. Donner un encadrement de x.

b. Exprimer CE en fonction de x.

c. Dans le triangle BED, exprimer $\tan\widehat{DEB}$ en fonction de x.

d. Dans le triangle NEC, exprimer $\tan\widehat{CEN}$ en fonction de x.

e. En égalant les deux quotients trouvés aux questions **c.** et **d.**, on trouve l'équation $35(90 - x) = 25x$. (On ne demande pas de justification.) Résoudre cette équation.

f. En déduire la valeur commune des angles $\widehat{CEN}$ et $\widehat{DEB}$ arrondie au degré.