Equation / Inéquation de Second degré / Polynôme

1. Écriture

exercice n°1

Ecrire sous la forme : a (x – x') (x – x'')

1) $x^2 - 6x + 9$	2) $12x^2 - x + 1$	3) $-9x^2 + 12x - 4$
4) $x^2 + 4x - 5$	5) $3x^2 - 2x + 7$	6) $-3x^2 + 10x + 8$
7) $-3x^2 - 4x - 7$	8) $-3x^2 + x + 10$	9) $x^2 - x - 6$
10) $-2x^2 + 4x - 2$	11) $3x^2 + 6x + 3$	12) $x^2 + x - 6$

exercice n°2

Ecrire sous la forme : a (x +b)²+c

1) $x^2 - 6x + 9$	2) $12x^2 - x + 1$	3) $-9x^2 + 12x - 4$
4) $x^2 + 4x - 5$	5) $3x^2 - 2x + 7$	6) $-3x^2 + 10x + 8$
7) $-3x^2 - 4x - 7$	8) $-3x^2 + x + 10$	

2. Équations

exercice n°1

Résoudre dans IR

1) $x^2 - 6x + 9 = 0$	2) $12x^2 - x + 1 = 0$	3) $-9x^2 + 12x - 4 = 0$
4) $x^2 + 4x - 5 = 0$	5) $3x^2 - 2x + 7 = 0$	6) $-3x^2 + 10x + 8 = 0$
7) $-3x^2 - 4x - 7 = 0$	8) $-3x^2 + x + 10 = 0$	9) $x^2 - x - 6 = 0$
10) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$	11) $3x^2 + 6x + 3 = 0$	12) $x^2 + x - 6 = 0$

exercice n°2

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes

1) a) $2x^2 + x - 6 = 0$ b) $-2x^2 + 2x - \frac{1}{2} = 0$ c) $5x^2 - 4x + 5 = 0$

2) a) $5x^2 + 8x - 4 = 0$ b) $4x^2 - 2\left(1+\sqrt{3}\right)x + \sqrt{3} = 0$ c) $5x^2 + 100x + 125 = 0$ d) $70x^2 - 40x + 11 = 0$

3) a) $7x^2 - 5x - 2 = 0$ b) $7x^2 + 5x - 2 = 0$ c) $\sqrt{2}x^2 + x - \sqrt{2} + 1 = 0$

d) $\sqrt{2}x^2 + x - \sqrt{2} - 1 = 0$ e) $3x^2 + \left(3-\sqrt{2}\right)x - \sqrt{2} = 0$ f) $-3x^2 + \left(3-\sqrt{2}\right)x + 6 - \sqrt{2} = 0$

4) a) $\sqrt{x-4} = 6 - x$ b) $\sqrt{x^2+9} = x + 9$ c) $\frac{3x-1}{x} = \frac{2x+3}{x+1}$

d) $4t^4 - 5t^2 + 1 = 0$ e) $-\frac{1}{t} + 3t + 2 = 0$ f) $\sqrt{x-1} = \sqrt{x-6} + 1$

3. Relation entre les racines

exercice n°1

1) Vérifier que (-2) est une racine de l'équation $3x^2+5x-2=0$ en déduire la deuxième racine

2) Vérifier que ($\sqrt{2}$) est une racine de l'équation $5x^2-\sqrt{2}x-8=0$ en déduire la deuxième racine

exercice n°2

On considère l'équation (E) : $\sqrt{2}x^2-2x-\sqrt{3}+1=0$

1) Dire pourquoi l'équation (E) admet deux racines x' et x''

2) Sans calculer x' et x'' : Calculer

$$x'x'' \; ; \; x'+x'' \; ; \; \frac{1}{2x'+1}+\frac{1}{2x''+1} \; ; \; (3x'-2)(3x''-2) \; ; \; x'^2+x''^2 \; ; \; x'^3+x''^3 \; et \; x'x''^2+x''x'^2+(x'-x'')^2$$

exercice n°3

$(E_m):(m^2+1)x^2+mx-1=o$ (m Un paramètre réel)

1) Dire pourquoi l'équation (E_m) admet deux racines x' et x''

2) Sans calculer x' et x'' : Calculer $x'\,x''$; $x'+x''$; $(5x'-1)(5x''-1)$; $(x'-x'')^2$ $et\ \frac{1}{x'^2+1}+\frac{1}{x''^2+1}$

3) a) Pour qu'elle(s) valeur(s) de m : 1 est une racine de (E_m) et calculer dans ce cas la deuxième racine

b) Pour qu'elle(s) valeur(s) de m : $\frac{1}{2}$ est une racine de (E_m) et calculer dans ce cas la deuxième racine

4. Système

Equation /Inéquation de Second degré / Polynôme

5. Inéquations

exercice n°1

Résoudre dans IR

1) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 2) $12x^2 - x + 1 \leq 0$ 3) $-9x^2 + 12x - 4 \leq 0$

4) $x^2 + 4x - 5 \geq 0$ 5) $3x^2 - 2x + 7 \geq 0$ 6) $-3x^2 + 10x + 8 \geq 0$

7) $-3x^2 - 4x - 7 > 0$ 8) $-3x^2 + x + 10 > 0$ 9) $x^2 - x - 6 > 0$

10) $-2x^2 + 4x - 2 < 0$ 11) $3x^2 + 6x + 3 < 0$ 12) $x^2 + x - 6 < 0$

exercice n°2:

Résoudre les inéquation : a. $(x^2 - 3x + 1)(x^2 + 2x + 1) \geq 0$. b. $(-3x^2 + x + 10).(x^2 + 1) < 0$.

c. $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - x - 6) < 0$. d. $(x^2 - 6x + 9).(x^2 + 5) < 0$. e. $(x^2 + 6x + 9).(-5x - 8) > 0$.

exercice n°3

1/Résoudre les inéquations suivantes:

a. $9(x+2)^2 - (2x-2)^2 \leq 0$

b. $\dfrac{3}{1-3x} \geq \dfrac{2}{1+2x}$

c. $\dfrac{x}{4} - 3 \leq x\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

d. $\dfrac{2x+5}{1+2x} > \dfrac{1-2x}{5-2x}$

e. $\begin{cases} -3x + \dfrac{2}{3} \geq 0 \\ et \\ -\dfrac{1}{4}x + 2 > 1 - x \end{cases}$

h. $\dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x-1}{x-2} = \dfrac{14}{x^2-4}$

i. $|4x-1| \leq 3$ **puis** $|4x^2 - 1| \leq 3$

j. $(2-x)(x+7) \geq 4 - x^2$.

k. $0 < \dfrac{4x-8}{-5x-3} \leq 2$.

a. $\dfrac{2x+4}{x-5} \leq 0$ **b.** $\dfrac{x(2x+7)}{(x+1)(5-x)} \geq 0$

c. $\dfrac{x+3}{2x-1} \leq 4$ **d.** $\dfrac{2x-3}{x+1} + \dfrac{3}{x-1} \leq \dfrac{2x^2}{x^2-1}$.

2/Résoudre les inéquations suivantes et représenter graphiquement l'ensemble des solutions…

a. $(x-3)(5-2x) \leq 0$ **b.** $\dfrac{3-2x}{5} - \dfrac{x-2}{10} < \dfrac{5x+2}{2} - \dfrac{1}{5}$

c. $(3x-2)(x+1)(7-2x) < 0$ **d.** $2(x-4) + 1 - 5x \leq 3(1-x) - 7$

e. $\dfrac{3-x}{5} - \dfrac{2x+1}{10} \geq \dfrac{1}{2}x + 3$ **f.** $(3-x)(5x-4)^2 \geq (3-x)$

i: $\dfrac{2}{3}x - 5 \geq \dfrac{4}{9}(x-5)$; **J:** $(x-2)(3x-1) > 3x - 1$;

h. $(x-5)(2-x) \leq 0$

k. $(x-3)(-2x^2 + 5x - 3) \leq (x-3)^2$

l. $(2x-3)(2x^2 - 7x - 1) \leq (3-2x)(3x^2 + 6x + 1)$

m. $\dfrac{x+1}{2} - \dfrac{x+2}{3} < \dfrac{1+x}{6}$ **n.** $(x+1)^2 - 9x^2 \geq 0$

o. $\dfrac{x^2 - x + 2}{x+1} \leq 1$.

Equation /Inéquation de Second degré / Polynôme

6. Synthèses

exercice n°1

1. On considère $g(x)=28x^2-7+2x(-2x+1)-(2x-1)^2$.

   a. Factorisez $g(x)$ en remarquant que $28x^2-7=7\left(4x^2-1\right)$.

   b. Déterminez l'ensemble des solutions de l'équation g(x)=0

   c. Déterminez l'ensemble des solutions de l'équation g (x) =5x+4

2. Factoriser : $P(x)=3(4-x)(2x-1)+2(3-x)(4x-16)$ puis résoudre l'équation P(x)=0

3. Soit $A(x)=x^2-4x$ et $B(x)=x(5x-10)$.

   a. Ecrire $A(x)-B(x)$ sous forme factorisée.

   b. Faire un tableau de signes pour le produit obtenu.

   c. En utilisant les résultats du tableau, répondre aux questions suivantes :

   - Comment doit-on choisir x pour que $A(x)\geq B(x)$
   - Comparer sans les calculer $A(x)$ et $B(x)$ pour x = 1,5268 puis pour x = 7829.

4. On considère $f(x)=-(x-2)(2x+7)+\left(x^2-4\right)$.

   a. Factorisez

   b. Résolvez $f(x)=0$.

   c. Déterminez l'ensemble S des solutions de l'inéquation $f(x)>0$.

exercice n°2:

Soit la fonction $f(x)=4x^2-4x-3$.

1. Trouver a, b et c réels tels que $f(x)=a\left[(x+b)^2+c\right]$; en déduire la factorisation suivante de f :

$f(x)=(2x+1)(2x-3)$.

2. Résoudre l'inéquation $f(x)\leq 0$. 3. Résoudre les équations suivantes :

$$* \quad \frac{4}{(x+1)^2}-\frac{4}{(x+1)}-3=0 \qquad * \quad 4(x+1)^2-4|x+1|-3=0$$

exercice n°3

A / Soit A (x) = x^2 - 12x + 20

1 - Résoudre dans IR ; A (x) $\geq$ 0

2 – Sans faire le calcul ordonner ; A (-3) , A(2) et A (5)

3- Résoudre dans IR : $\sqrt{A(x)}>2x+1$

B / Soit B (x) = 2 x^3 - 14x -12

1- Vérifier que (-2) et (-1) sont deux racines de l'équation B (x) = 0

2 – Déterminer a et b pour que : B (x) = (x + 2)(x+1) (ax + b)

3 – Résoudre dans IR ; B (x) = 0

4 – Donner le tableau de signes de B (x)

5 - On considère la fonction polynôme P définie sur $\mathbb{R}$ par P(x) = $4x^3 + 4x^2 - 9x + 1$

Trouver une racine α de P(x).

6 - Déterminer alors une fonction polynôme Q du second degré telle que P(x) = (x - α). Q(x)

7 - En déduire les solutions de l'équation P(x) = 0

exercice n°3:

A -1/ Résoudre dans IR l'équation : $2t^2 -6t -8 = 0$

2/ Factoriser l'expression; $2t^2 -6t -8$

3/ Factoriser l'expression $A(x) = 2x^4 -6x^2 -8$

B – Soit $B(x) = x^3 - x^2 -4x + 4$

1/ Vérifier que 1 est une racine de $B(x) = 0$ 2/ Factoriser B(x) 3/ Montrer que $B(x) = (x-1)(x-2)(x+2)$

4/ Résoudre dans IR $\frac{A(x)}{B(x)} \leq 0$

exercice n°4:

Soient $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$ et $g(x) = x^2 + ax + b$

1) vérifier que (-1) est une racine de f

2) Factoriser f

3)Déterminer a et b pour que (-3) et (-1) soient deux racines de g

4) Factoriser g(x)

5) Soient a = 4 et b = 3 et $h(x) = f(x) - g(x)$

Montrer $h(x) = (x+1)(2x^2 - 6x - 6)$

6) Résoudre dans IR $h(x) \geq 0$

exercice n°5:

On donne l'expression : $f(x) = x^3-6x+3$

a-calculer f(1) puis factoriser f(x) - f(1)

b- déduire une simplification du fraction : $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

c- même travaille pour : $\frac{f(x)}{x}$ *et* $\frac{f(x)-f(-2)}{x+2}$

exercice n°6:

Soient les polynômes $p(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ et $q(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 12x - 8$

1) Calculer p (2) puis factoriser p (x)

2) Montrer que q (x) est factorisable par $(x^2 - 4)$

3) Factoriser q (x)

4) Soit h la fonction rationnelle définie par $h(x) = \frac{q(x)}{p(x)}$

a / Déterminer D_h le domaine de définition de h

b / Simplifier h(x) c / Résoudre dans IR : $h(x) \leq 0$

exercice n°7

On donne $f(x) = x^2 - 5x + 6$ et $g(x) = 4x^3 - 8x^2 - x + 2$

1) a / Vérifier que f(x) et g(x) ont une racine commune que l'on déterminera

b / Factoriser g(x)

2) Soit $h(x) = \sqrt{\frac{g(x)}{f(x)}}$

a / Déterminer D_h le domaine de définition de h

b / Résoudre dans IR : $h(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x-3}}$

3. résoudre dans IR : a. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} < 16$ b. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq 2x - 4$

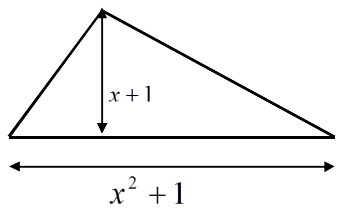
c. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \leq \sqrt{-8x^2 - x + 2}$

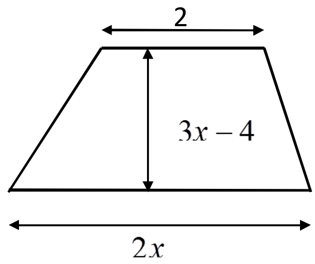
7. Problèmes

exercice n°1:

Résoudre $x^2-6x+9=0$ .en utilisant (a^2-2ab=$(a-b)^2$-b^2)

. Un géomètre prétend qu'on peut construire un triangle et un trapèze de même aire avec les Dimensions suivantes (en cm).





exercice n°2:

On donne l'expression : f(x) = x^3-6x+3

1/a-calculer f(1) puis factoriser f(x)-f(1)

b- déduire une simplification du fraction : $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

c- même travaille pour : $\dfrac{f(x)}{x}$ *et* $\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$

2/ soit g(x) = $\dfrac{3x-1}{x+1}$ *pour* $x \neq -1$

a- simplifier : $\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}$

b- donner le tableau de signe de g(x).

c- déduire une simplification de : $\dfrac{|g(x)|-1}{x-1}$ *pour* $x \in \left]-1, \dfrac{1}{3}\right[$

exercice n°2:

1/On donne f(x)=x^3-7x+6

a-calculer f(1) , f(2) puis factoriser x^3-1^3 et x^3-2^3

b- déduire de deux manières différentes une factorisation de f(x)

c- résoudre alors f(x)=0

2/ même question pour g(x)=$x^3-\dfrac{31}{16}x+\dfrac{15}{32}$ et g $(-\dfrac{3}{2})$, g$(\dfrac{1}{4})$

3/ Factoriser $2x^2-4x+2$ puis simplifier : $\dfrac{x^3-7x+6}{(x+3)(2x^2-4x+2)}$; $\dfrac{2x^2-4x+2}{x^3-1}$

4/ soit A(x) = x^2+x-2, B(x) = x^2-x-2 et C(x) = $3x^2$-4x+1

a - pour chacune d'expression précédentes trouver un réel qui l'annule

b- Résoudre alors A(x)=0, B(x)=0 et C(x)=0

c-simplifier $\dfrac{A(x)}{C(x)}$ et $\dfrac{B(x)}{x+1}$

La forme canonique du trinôme $2x^2 - 4x + 3$ est	$\boxed{a}$ $(x\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + 3$	$\boxed{b}$ $2\left[(x-2)^2 - \frac{5}{2}\right]$	$\boxed{c}$ $2\left[(x-1)^2 + \frac{1}{2}\right]$
l'équation $2x+1 = -2x^2 + 3x + 1$	$\boxed{a}$ 2 solutions	$\boxed{b}$ 1 solution	$\boxed{c}$ aucun
L'ensemble des solutions de l'inéquation $2x^2 + 1 > 0$ est	$\boxed{a}$ $\mathbb{R}$	$\boxed{b}$ $\varnothing$	$\boxed{c}$ $]0 ; +\infty[$
Le discriminent du trinôme $x^2 - 5$ est	$\boxed{a}$ 25	$\boxed{b}$ 29	$\boxed{c}$ 20

6.5 pts **Exercice 2 :** Equations et inéquations (Cadeau !)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   - *0.25* a. $x^2 - 5x = 0$
   - *0.5* b. $x^2 + 4 = 2x$
   - *1* c. $(x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0$
   - *0.5* d. $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 6x + 8} = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
   - *0.25* a. $x^2 + 2 < 0$
   - *1.5* b. $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 6x + 8} > 0$
   - *1* c. $x^3 + 2x^2 < -x$

3) *1.5* Discutez selon les valeurs du réel ***m*** du nombre de solutions de l'équation : $x^2 - m.x + 2 = 0$

1.5pts **Exercice 3 :** Equation bicarrée

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $-4x^4 + 13x^2 - 3 = 0$

1 pt **Exercice 5 :** Equations symétrique de degré 4 .

(E) désigne l'équation : $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

On vérifie facilement que 0 n'est pas solution de **(E)**.

1. *0.75* Démontrer que si **a** est solution de **(E)** alors $\dfrac{1}{a}$ est solution de **(E).**
2. *0.25* Montrer que l'équation **(E)** est équivalente à l'équation **(E')**: $x^2 - 4x + 2 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$

Bonus

3. *0.5* Calculer $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$
4. *1* Puis montrer qu'en posant $X = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)$ l'équation **(E')** se ramène à une équation du second degré.
5. *1* Résoudre alors **(E)**